



第4章 ボーナス資料

—序章—

主要コースでは簡単なレッスンを行いましたが、より多くの問題や議論、解説を見たいと思いませんか？それなら、このファイルは最適な場所です！このファイルには、第4章で紹介した内容の追加資料が含まれています。

パズル問題については、完成したパズルの例とパズルの作り方についてのさらなるメモが載せられています。。EFM(Early Family Math)プログラムは、初期算数は家族が一緒に行うべきものであり、お子さんと親と一緒にパズルをすることがプロセスの重要な部分であるという理念に基づいています。コツを掴めば、ほとんどのパズルが簡単に作成できることがわかるはずです。

パズルの多くにはさまざまな難易度があり、次のページには、それぞれの難易度のパズルを作成する方法に関する多くの提案と例が記載されています。いつも最も簡単なパズルから始めるようにして下さい。お子さんにとっては、難しすぎるパズルでイライラしたり、過度に挑戦しすぎたりするよりも、簡単なパズルで成功、理解、楽しさを経験する方がはるかに良いです。お子さんが算数のプロセスに自信と熱意を持ち始めたら、より難しい課題に移りましょう。また、すべてのパズルを楽しみと感じるとは限らないため、関連性がないと思われるパズルやアクティビティを同時に押し付けないことをおすすめします。

この章には次の内容が含まれています。

- 第4章 - 囲まれた合計
- 第4章 - 島 - 足し算の補正
- 第4章 - 差の三角形と和の三角形
- 第4章 - 島 - スキップカウント
- 第4章 - 修正
- 第4章 - 島 - 一の位、十の位
- 第4章 - 図形パズル
- 第4章 - 平方和
- 第4章 - 和のピラミッド
- 第4章 - 調査

- 法律情報 -

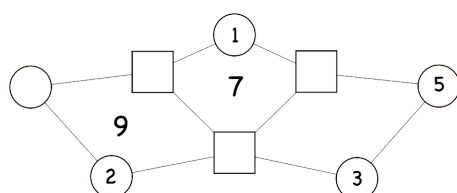
すべての家族は、一緒に数学を学び、楽しむ機会を持つべきです。この目的のために、「Early Family Math」には、家族や教育者が非営利目的でのみ許可なく編集、翻訳、複製、および配布できる数学教材のコレクションが含まれています。

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2026 v. 1.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

第4章 – 囲まれた合計

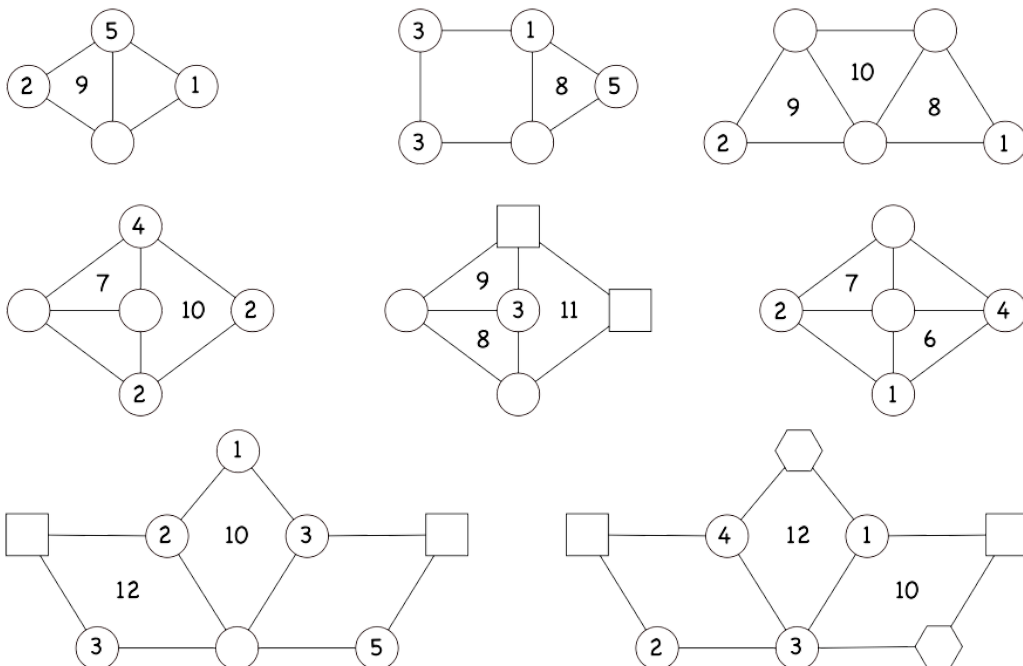
下にあるパズルの形は直線で結ばれています。それぞれの囲まれた領域には、その領域に隣接する図形の合計である数字が付いています。円は任意の値を持つことができ、他の図形は同じタイプの他の図形と同じ値をである必要があります。すべての正方形は同じ値を持ち、すべての六角形もそれぞれが同じ値になります。オプションで、ほかの図形の中でも形ごとに異なる値を持たなければならないというルールを追加できます。たとえば、正方形と六角形は異なる値でなければなりません。

お子さんの目標は、図形やエリアの数字を見つけることです。



円や他の形の図を描いて、パズルの土台を作成します。次に、すべての図形を数字で埋め、境界領域を周囲の数字の合計で埋めます。最後に、いくつかの数字を削除します。

第3章の図形合計パズルと同様に、数字が1つまたは2つだけ欠けている単純なパズルから始めて、より多くの数字が欠けているパズル、隣り合った閉じた領域が増えているパズル、非円形領域の値がより多く使用されているパズルへと段階を進めていきます。



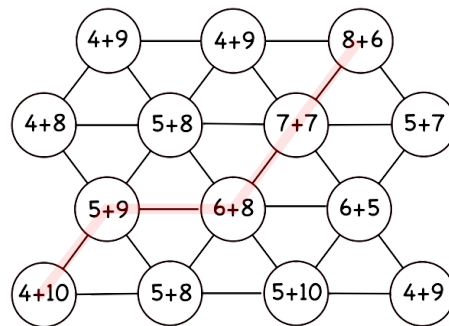
第4章 -島- 足し算の補正

足し算の補正を使用することは、足し算を簡単にする方法の一つです。アイデアは、足される1つの数値から金額を引き算し、それを別の数値に割り当てることです。計算の結果は変わりませんが、いずれかの数値の操作がより簡単になります。

たとえば、 $7+8$ を足すとき、7から2を引いて8に与えると、問題は $5+10$ になります。あるいは、8から3を引いて7に足し合わせると、問題は $5+10$ になります。いずれかの数値を10の倍数で表せれば、問題ははるかに単純になります。

これらのパズルでは、足し算の補正を使用して問題を新しい形に変換する練習を行えます。目標は、同じ答えになる島々を結んで道を作ることです。隣の島との答えの差が1以内になるようにパズルを組み立ててください。すべての島で道が完成されている必要はありません。

ある程度つながっている10個程度の島から始めて、これらのパズルを解いてみてください。島の一方の端からもう一方の端までの道を見つけます。パズルを使って、様々な問題を出してみてください。最初は10との足し算で表す質問をし、次に違うバリエーションの問題を出します。同じ回答が並ぶ道に近い島に答えが少しだけずれている問題を置くとよいです。

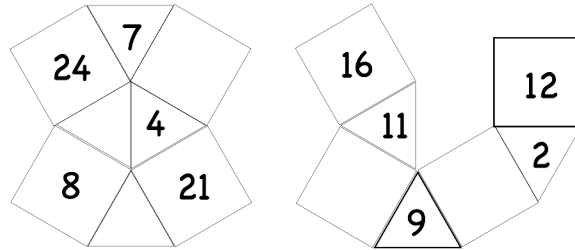


これらのパズルは簡単に編集できます。間違っていたり複雑な道を作ると、問題への挑戦ではなく混乱が生じる可能性があるため、シンプルなものを作りましょう。

第4章 – 差の三角形と和の三角形

– 差の三角形 –

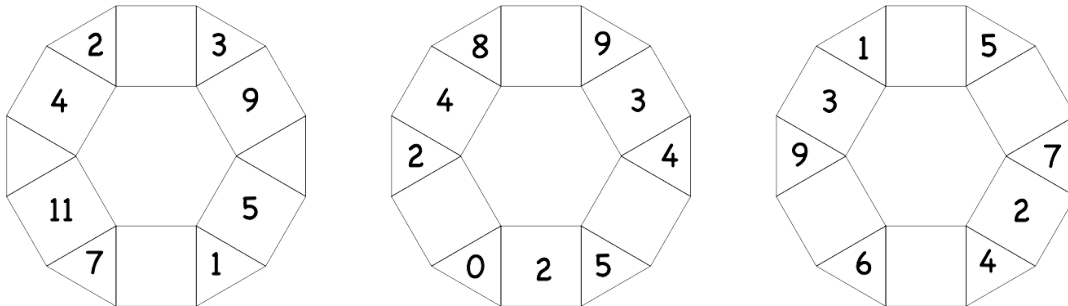
差の三角形のパズルには、辺を共有する三角形と正方形があります。三角形の1辺には常に2つの正方形があり、残りの辺には三角形があるか、何もありません。三角形の数字は隣接する2つの正方形の差になっています。目標は、空欄になっている部分を埋めることです。



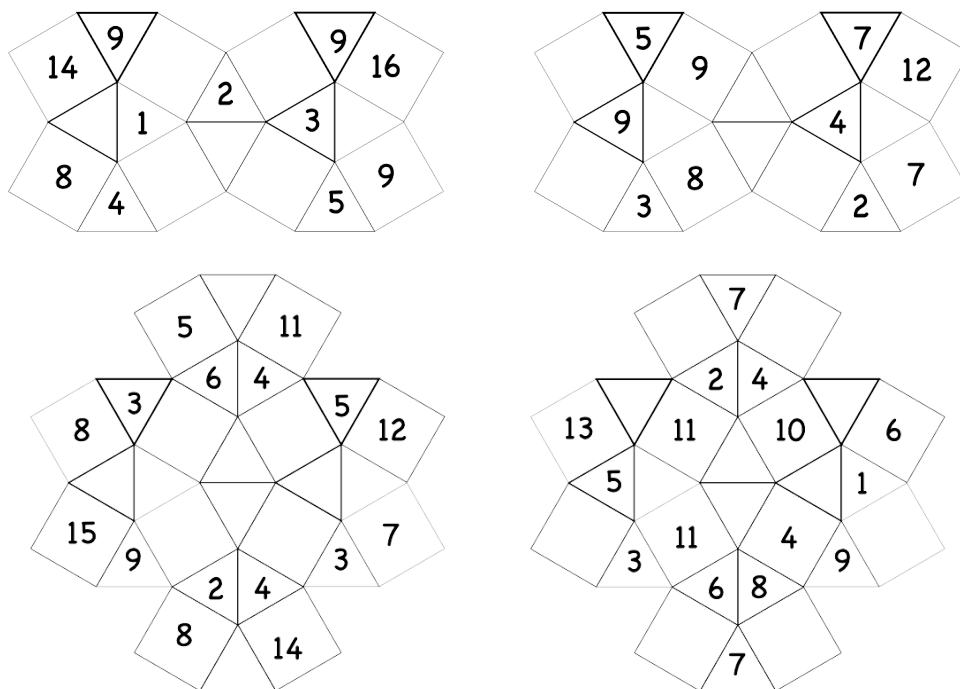
パズルの作成: ループなしでパズルを作るのは簡単です。正方形と三角形を交互に描き、一方の端から始めて反対側の端に向かって数字を入力していきます。その後、いくつかの数字を削除します。ループがあったり、より複雑なパズルは作るのが難しくなります。ただ、そういった要素を取り入れることで挑戦的なパズルを作ることができます。

お子さんがこれらのパズルに慣れてきたら、独自の新しいパズルの作成に移りたいと思うかもしれません。数字がどのように組み合わせられるかを理解することで、楽しみながら多くのことを学べるはずです。

解き方の戦略: 最初に注目するのは、2つの正方形の間にある三角形です。もう1つの簡単なパターンは、塗りつぶされた三角形とその隣に正方形、その隣に小さな塗りつぶされた正方形がある場合です。この場合、負の数を使用していないため、空の正方形を埋めるためのオプションは1つだけです。最も現れやすいケースは、一方向に2つの可能な値、もう一方にも2つの可能性がある正方形です。通常、これらの状況で正しく表せる数字は1通りだけです。

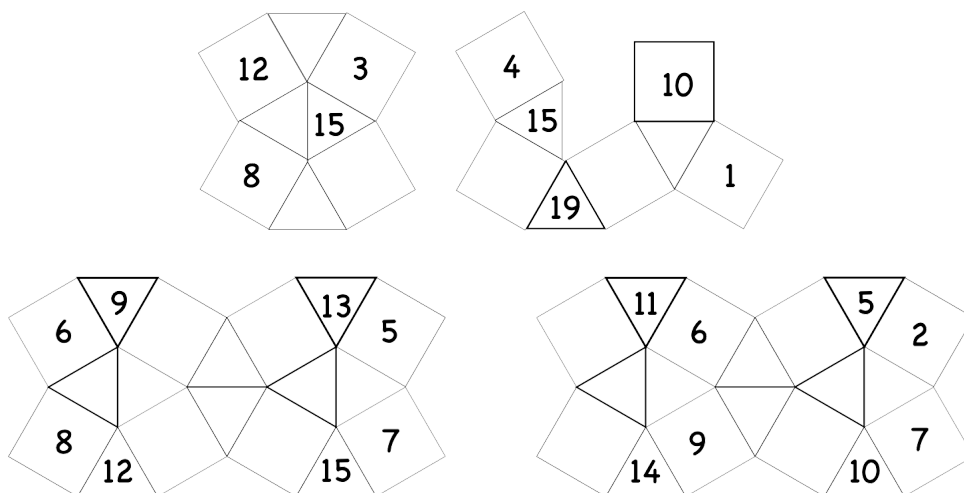


以下に、多くの相互接続を含む例をいくつか示します。



— 和の三角形 —

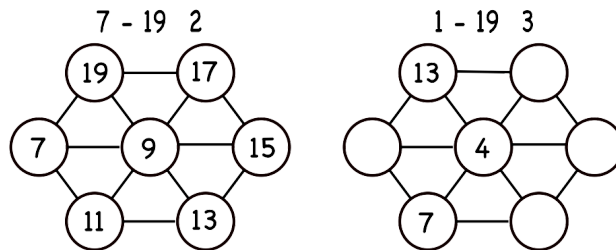
和の三角形パズルは、引き算の代わりに足し算を使用する点を除いて、差の三角形と同様です。三角形の値は、2つまたは3つの隣り合った正方形の合計になります。これらのパズルは、差の三角形と同様の方法を使用して作成されます。通常、和の角形パズルは差の三角形よりも解くのが簡単です。



第4章 - 島 - スキップカウント

これらのパズルは、橋(線)で接続された島(円)を特徴としています。このバージョンの島では、接続はスキップカウントによって行われます。島によっては番号が書かれているものもあれば、空白で始まるものもあります。パズルの上には、開始番号、終了番号、スキップ量が表。

示されます。目標は、不足している数字を埋めてパスを見つけることです。床に置かれた紙に数字やスペースを配置してパズルを作ることができます。

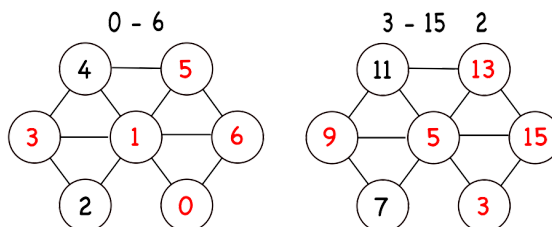


「島に橋をかけよう(数を数える)」のアクティビティと同様に、複数の数字をスキップするだけでなく、複数の数字から始めて前後に進む練習をするためのパズルを作成することもできます。

これらのパズルは、第2章の「島に橋をかけよう(数を数える)」を作成するのと同じ方法で作成します。最初に島を作成し、スキップカウントの数値を入力し、正しい順序でアイランドを接続してから、他の接続を追加してアイランドから解放します。お子さん向けのバージョンでは、いくつかの数字を削除し、まだ問題が解ける程度の数字を残します。

第2章「島に橋をかけよう(数を数える)」のボーナス資料で説明されているパズル構築戦略を参照できます。さらに、これらのパズルのいずれかをまだお持ちの場合は、これらのパズルの1つをこのバージョンに簡単に変換できます。第2章から次のパズルのピースを取り出してください。このパズルには0から6まで数えることが含まれます。赤い数字は、お子さんにパズルを与えるときに消される番号です。これを3から始まりカウントを2スキップするパズルに変換するには、以下の表に示すように、すべての数値を2倍して3を足せばよいです。その後、元の番号を新しい番号に置き換えます(赤い番号は除きます)。

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------|---|---|---|---|----|----|----|
| マルタバイ2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| プラス3 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |



第4章 – 修正

目標と合計を含む4x4の数字のマス目があります。ゴールは、各行と列の残りの数値の合計が目標の数字と一致するように、削除する項目を見つけることです。別バージョンでは、行と列ごとに個別の目標合計を使用します。

これらのパズルは、合計が目標の合計になる数字をペアまたは3つの組み合わせにすることで作成できます。次に、残りのスペースに余分な番号を記入します。部分的に有効な置換ペアまたはトリプレット番号を使用すると、これらの問題をより複雑にすることができます。お子さんがこれらのおもちゃを気に入っているが、簡単すぎると感じた場合は、いつでも4x5、5x5、またはそれ以上の表を作ることができます。

パズルが機能するにはどのエントリーが削除されると良いかを示すために、ここに赤いアスタリスクを追加しました。

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|---|---|-----|---|-----|---|---|---|---|-----|---|-----|---|---|-----|-----|---|---|---|-----|---|-----|---|---|---|-----|---|---|-----|---|---|---|-----|---|---|---|---|-----|-----|---|-----|---|-----|-----|---|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|---|---|---|---|-----|-----|-----|-----|---|---|
| 8 | 9 | 10 | 11 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">*6*</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">*2*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*3*</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">*5*</td></tr> </table> | *6* | 3 | 5 | *2* | 2 | 1 | *4* | 5 | *3* | 4 | 1 | 3 | 6 | *4* | 2 | *5* | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">*5*</td><td style="text-align: center;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">6</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*3*</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*6*</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">*3*</td></tr> </table> | 7 | *4* | *5* | 2 | 2 | 1 | *4* | 6 | *3* | 4 | 4 | 1 | *6* | 4 | 5 | *3* | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">*6*</td><td style="text-align: center;">4</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">*6*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">4</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*6*</td><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">2</td></tr> </table> | 3 | 3 | *6* | 4 | 7 | 1 | 2 | *6* | *4* | 6 | *1* | 4 | *6* | *4* | 8 | 2 | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">*5*</td><td style="text-align: center;">*4*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">7</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">*3*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*7*</td><td style="text-align: center;">*5*</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">4</td></tr> </table> | 8 | 3 | *5* | *4* | *1* | *1* | 4 | 7 | 3 | 8 | *1* | *3* | *7* | *5* | 7 | 4 |
| *6* | 3 | 5 | *2* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | *4* | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *3* | 4 | 1 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | *4* | 2 | *5* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | *4* | *5* | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1 | *4* | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *3* | 4 | 4 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *6* | 4 | 5 | *3* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 3 | *6* | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 1 | 2 | *6* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *4* | 6 | *1* | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *6* | *4* | 8 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 3 | *5* | *4* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *1* | *1* | 4 | 7 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 8 | *1* | *3* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *7* | *5* | 7 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

これらは、行と列に個別の目標を使用するパズルの例です。

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|-----|-----|---|---|---|---|-----|-----|---|---|---|-----|---|---|-----|---|-----|---|---|-----|-----|-----|-----|---|---|
| <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">*8*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*2*</td><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">5</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*3*</td><td style="text-align: center;">*4*</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">3</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">*3*</td><td style="text-align: center;">*5*</td></tr> </table> | 6 | 3 | 7 | *8* | *2* | *1* | 4 | 5 | *3* | *4* | 7 | 3 | 5 | 6 | *3* | *5* | <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">*5*</td><td style="text-align: center;">2</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">*8*</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">*4*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">*4*</td></tr> <tr><td style="text-align: center;">*3*</td><td style="text-align: center;">*1*</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">8</td></tr> </table> | 0 | 6 | *5* | 2 | 7 | *8* | 5 | *4* | 2 | 7 | *1* | *4* | *3* | *1* | 9 | 8 |
| 6 | 3 | 7 | *8* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *2* | *1* | 4 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *3* | *4* | 7 | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 6 | *3* | *5* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 6 | *5* | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | *8* | 5 | *4* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 7 | *1* | *4* | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| *3* | *1* | 9 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 9 18 8 | 9 13 14 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

第4章 – 島 – 一の位、十の位

数字で埋められた長方形の数字の表が与えられます。目標は、辺を共有する2つの数字のいずれかの桁での数字を変化させ、その位での数字の差が1(0から9に行き来してもよい)になるように、残りの数字を埋めることです。表全体で、同じ数字を複数回使用することはできません。100チャートを参照することは、初心者にとって有益かもしれません。

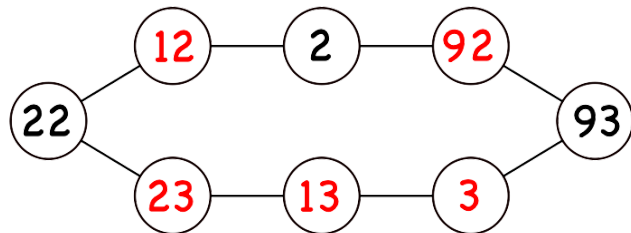
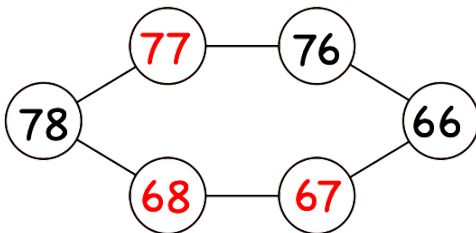
このパズルは、空のマス目を選択し、数字を繰り返さずに数字を埋めることで解くことができます。次に、お子さんにとって難しくなりすぎないように、いくつかの数字を削除します。下の例では、赤色の番号は欠落されます。

| | | | |
|----|----|----|----|
| 57 | 67 | 66 | 56 |
| 5 | 4 | 94 | 95 |

| | | |
|----|----|----|
| 33 | 23 | 13 |
| 32 | 22 | 12 |

1桁と2桁だけを使用しても、それほど難しい問題は発生しません。しかし、これらは場所の価値を考慮するための優れた実践法です。お子さんを驚かせる可能性のある問題の1つは、95から5から15へ、または11から10から0から9への変化です。お子さんたちは、10の一の位が0であることに気づかず、0と9がつながっていることに驚くかもしれません。

マス目はこれらの問題に対する自然な解決策です。ただし、円を使用して他の「アイランドホッピング」パズルと同じ方法でパズルを表すこともでき、この表現によりパズルを作成する際により自由度が高まります。



第4章 – 図形パズル

–マジックトライアングル–

一辺に3つの円がある6つの円からなる三角形を作ります。円の中で、三角形の各辺の合計が同じになるように、1 から6までの各数字を1回ずつ使用します。これには2つの課題が伴います。それは、どの合計が機能するのかを把握することと、次にその合計を知る方法を理解することです。お子さんにこのゲームをプレイさせて、考えられる合計を計算させるのが最善ですが、もしわからない場合は、考えられる合計は9、10、11、12になるということを教えてあげましょう。

お子さんがこれを理解するのが好きであれば、より大きな三角形でも同じことを行うことができます。片面に9つの円と4つの円がある三角形の場合、合計は17、19、20、21、23のいずれかになります。

この年齢向けの多くのパズルと同様、お子さんにこのおもちゃで遊ばせる主な理由は、数の相互作用を楽しく探求し、数の事実を練習することを奨励することです。彼らは体系的な探索を行うための数学的または推論的スキルをまだ持っていません。ただし、これらのパズルからは様々な思考をすることができ、あなたや年長のお子さんが興味を持っている場合は、下のアイデアを参照してみてください：

SUM が三角形の辺の合計を表すものとします。三角形の3辺を足すと、合計は $3 \times \text{SUM}$ となります。ただし、3つの辺の合計は、すべての数値の合計に、三角形の各角の追加のコピーを加えたものになります。C-SUM を3つの角の値の合計とします。最終的には、 $3 \times \text{SUM} = (\text{すべての数値の合計}) + \text{C-SUM}$ の関係になります。

6つのサークルパズル。式を6つの丸を持つ三角形に適用します。すべての数字の合計は、1 から6までの数字の合計、つまり21になります。したがって、方程式は $3 \times \text{SUM} = 21 + \text{C-SUM}$ になります。C-SUM の最小値は $1 + 2 + 3 = 6$ 、最大値は $4 + 5 + 6 = 15$ になります。つまり、 $3 \times \text{SUM}$ は $21 + 6 = 27$ と $21 + 15 = 36$ の間にあります。これにより、SUM は 9、10、11、12になることがわかります。C-SUM = $3 \times \text{SUM} - 21$: この式は角ポイントを見つけるのに便利です。

もう1つ注意すべきことは、可能な値の対称性です。この対称性の原因は、各解に対して7(または9円パズルから10) からすべての数字を引くことによって別の解が作成されることです。少し計算すると、この対称性は SUM の合計を持つパズルを取得し、 $(21 - \text{SUM})$ の合計 (9つの円パズルの場合は $40 - \text{SUM}$) の新しいパズルを作成することがわかります。

実際の数値に入る前に最後に注意すべきことは、3つの角の解法では、最小の数値を先頭にして時計回りに数値が増加すると仮定できるということです。それらがこの構成の開始時に存在しない場合は、それらが存在するまでグラフを回転または反転できます。

これらすべてを行うことにより、多くの作業が節約されます。SUM が9と10に等しいことを確認する必要があるだけで、角を増やすだけで済みます。SUM が9の場合、 $\text{C-SUM} = 3 \times 9 - 21 = 6$ となるため、トリオは1、2、3となります。SUM が10の場合、 $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$ となります。これにより、角値がそれぞれ1、2、6または1、3、5の2つの可能性が残ります。簡単な確認により、可能性1、2、6は除外されました。

多くの作業の結果、合計が9と10である6つの円パズルの解が得られました。合計が11および12になる解答は、すべての数値を7から引くことで得られることを覚えておいてください。



9つのサークルパズル。9つの円のパズルでも同じ方法を使用します。1から9までの数字の合計は45です。つまり、 $3 \times \text{SUM} = 45 + \text{C-SUM}$ となります。最小の C-SUM は $1 + 2 + 3 = 6$ となり、最大の C-SUM は $7 + 8 + 9 = 24$ になります。したがって、 $45 + 6 = 51$ と $45 + 24 = 69$ の間の $3 \times \text{SUM}$ により、SUM は 17 ~ 23 になります。解を取得し、10 からすべてのエントリーを引くと、次の SUM のペアが得られます: 17-23、18-22、19-21、および 20-20。したがって、17、18、19、20 の解法のみが必要です。C-SUM の対応する値は 6、9、12、および 15 です。

SUM=17 および C-SUM=6。これが機能するには、角が 1、2、3 である必要があります。

SUM=18、C-SUM=9。このためには、角は 1、2、6 または 1、3、5 である必要があります。

SUM=19 および C-SUM=12。多くのパターンがありますが、機能する唯一の組み合わせは 1、4、7 と 2、3、7。

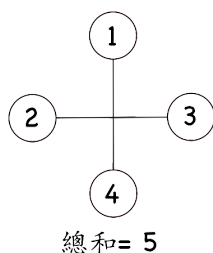
SUM=20 および C-SUM=15。たくさんの組み合わせがあり、その多くは機能します。機能するのは 1、5、9 と 2、5、8 の2つです。

— マジックデザイン —

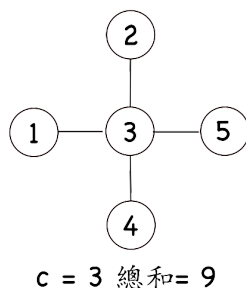
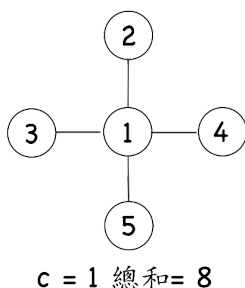
小さい同様の魔法の三角形、これらのグループは幾何学模様接続され、数字は円に関連付けられます。接続された円の各線の合計が同じになるように、円の中に数字を入力します。

これらのパズルの分析は、「マジックトライアングル」の分析と似ています。SUM をすべての行で共有される共通の合計とします。1 のパズルの場合、c を中央の円の値とします。一般的な戦略は、すべての行を合計し、明らかになった関係を調査することです。また、「魔法の三角形」と同様に、最大数を超えるすべてのエントリーを引き算することで新しいソリューションを作成できることにも注意してください。

1. 1~4の数字はプラス記号であり、共通の丸はありません。1~4の数字を合計すると10になり、これを両方向に均等に分割します。したがって、SUM = 5と求められます。



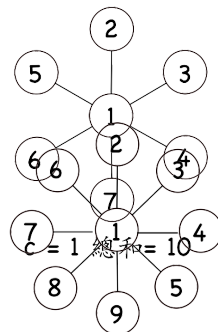
2. 1~5の数字にはプラス記号があり、中央に共通の丸が付いています。1から5までの数字を合計すると15になります。2つの方向を足し算すると、 $2 \times \text{SUM} = 15 + c$ となります。15 + c は偶数である必要があるため、c を 1、3、5 にすると、6 からすべての数値を引き算して c=1 の解から c=5 (SUM = 10) の解が得られます。



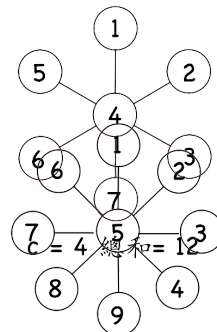
3.1 から7までの数字は3つの円の列にあり、中央に共通の円があります。3つの方向を足し算すると、 $3 \times \text{SUM} = 28 + 2xc$ となります。3は $28 + 2xc$ で均等に除算されるため、 c は 1、4、または7になります。 $c = 1$ および4の解が与えられます。

4.1 から9までの数字が3つの円の列に配置され、中央に共通の円が配置されます。4つの方向を足し算すると、 $4 \times \text{SUM} = 45 + 3xc$ となります。4は平均して $45 + 3xc$ で割ることができるため、 c は 1、5、または9となります。

5.1 から5までの数字は、角に共通の円をもつL字型に配置されます。これは実際には問題2と似ているので、解決策も基本的に同じです。



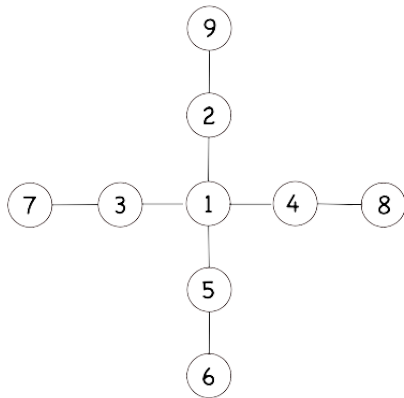
$c = 1$ 總和 = 12



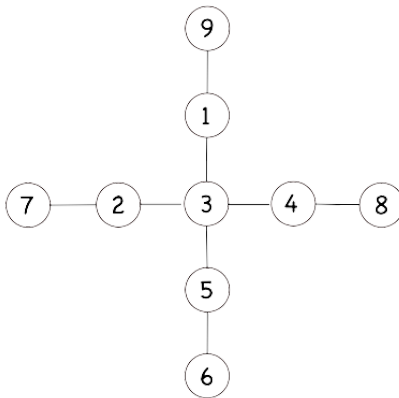
$c = 5$ 總和 = 15

6.1 から8までの数字にはプラス記号があり、共通の丸はありません。36個の数値(すべての数値の合計)は両方向に均等に分割されるため、 $\text{SUM} = 18$ となります。一連の数値を合計すると18になる2つのグループに分割することで、この問題を解決する方法は数多くあります。1つの解は 1、2、7、8 と 3、4、5、6 であり、もう1つの解は 1、3、6、8 と 2、4、5、7 です。

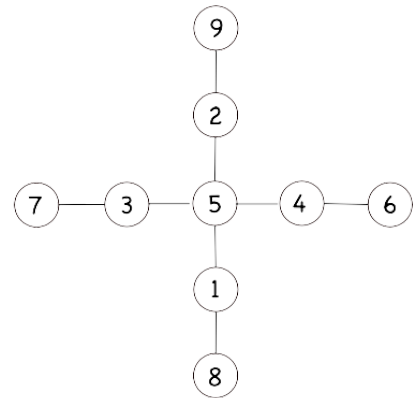
7. 1から9までの数字は、中央に共通の円が付いたプラス記号です。2つの方向を足し算すると、 $2 \times \text{SUM} = 45 + c$ が得られるため、 $c = 1, 3, 5, 7, \text{および} 9$ となります。 $c = 1, 3, \text{および} 5$ の解が与えられます。



$c = 1$ 總和 = 23

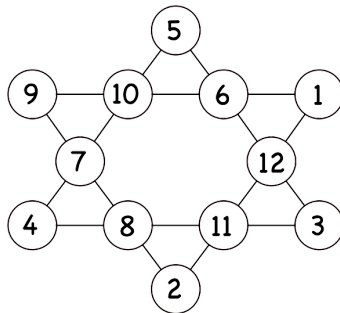


$c = 3$ 總和 = 24



$c = 5$ 總和 = 25

8. 1から12までの数字は星型です。これには4つの円に対して6つの線方向があります。これは他のパズルよりもはるかに難しいです。すべての方向を合計すると、各数値が2回ずつ足されます。1から12までの数字を合計すると78になります。したがって、 $6 \times \text{SUM} = 2 \times 78$ となり、(プロンプトに示されているように) $\text{SUM} = 26$ を意味します。解決策は次のとおりです。いつものように、13からすべてのエントリーを引き算



すると、別の解が得られます。

9. 1から7までの数字はH型で、左側に縦に3つ、中央に1つ、右側に縦に3つあります。3つの接続された円には5つの可能な線があります。5方向を加えると、すべての円が2回使用されますが、中心は3回使用されます。5つの方向を足し算すると、 $5 \times \text{SUM} = 2 \times 28 + c$ が得られます。平均して5は $56 + c$ で除算されるため、 $c = 4$ が適用され、この場合は $\text{SUM} = 12$ となります (プロンプトに示されているとおり)。2も3も1と同じ側がないことに注意してください。これにより、次の解決策が得られます。

第4章 – 平方和

各行と列に目標合計を指定した3x3マス目から始めます。1から9までのいくつかの数字がマス目に配置されています。まだ配置されていない数値について、行と列の合計が目標値になるように配置することがゴールです。

これらのパズルの1つを作成するには、まず1から9までの数字が書かれた紙を3x3のマス目に配置します。各行と列の右側または下に合計を書き込みます。次に、マス目からいくつかの数字を削除します。最後に、紙を子どもに渡し、「これはどこにあるの？」と尋ねます。とても簡単に作れるので、子どもが解くのに最適なパズルです。

合計を小さく保つためのバリエーションとして、代わりに0~8の数値を使用することができます。より難しいバリエーションは、3x4マス目の1~12、または4x4マス目の1~16に対して同じことで作ることができます。

| | | | |
|----|----|----|----|
| 6 | 3 | 5 | 14 |
| 2 | 8 | 4 | 14 |
| 7 | 1 | 9 | 17 |
| 15 | 12 | 18 | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 6 | 3 | 5 | 14 |
| 2 | 8 | 4 | 14 |
| 7 | 1 | 9 | 17 |
| 15 | 12 | 18 | |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 6 | 3 | 5 | 14 |
| 2 | 8 | 4 | 14 |
| 7 | 1 | 9 | 17 |
| 15 | 12 | 18 | |

オリジナルのパズルを埋めるのは簡単です。上記と同様に、すべての数値を入力し、合計を書くだけです。パズル作成者にとっての課題は、パズルがやりがいを持ちながらも難しすぎないように、適切な量の情報だけを削除することです。

パズル作成と解決のための戦略: まず、行または列で唯一欠落している数字の四角形を埋めます。3つのパズルのうち一番左のパズルは、5と7を埋めた後、3と2を埋めやすく、最後に8を埋めやすいです。それぞれのシングルトン(一つしか空白がない状態)は、計算が簡単な新しいシングルトンを作成します。

計算が簡単なパズルはお子さんにとって良い習慣となるため、パズルが難しいものになることを心配する必要はありません。

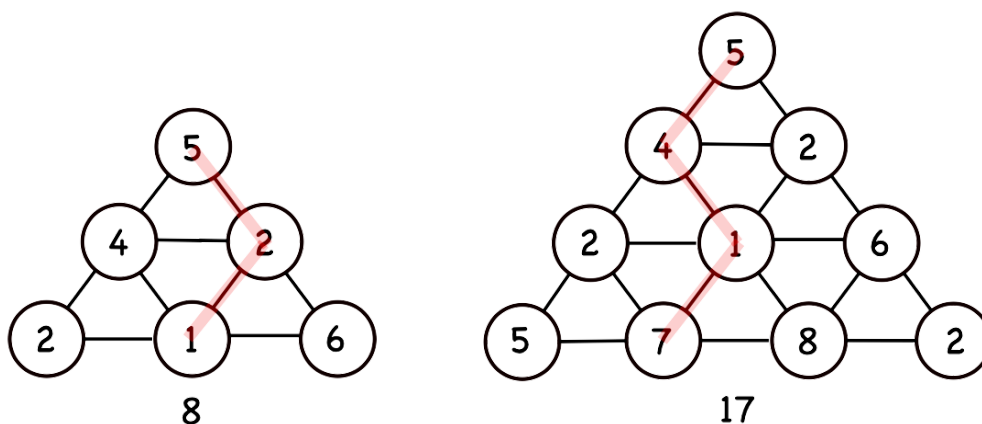
真ん中のパズルは少し難しいです。シングルトンはありません。これらの問題に対する良い戦略は、欠損和が特に大きいまたは小さい行または列を探すことです。これらには比較的選択肢が少ないためです。下の行と右端の列は、このパズルを開始するのに適した場所です。一番下の行にある欠落している数字を足すと16になるので、7と9でなければなりません。9は6の列に入ることができない(その列には合計が大きすぎるため)。そのため、7と9がまとめられます。残りは前のパズルと同じようにして解くことができます。

一番右のパズルでは、側面の図形が2つありません。お子さんが辺の数字が1から9までの数字の合計である45になることに気付いたら、足りない辺の数字を埋めるのは簡単です。

第4章 - 和のピラミッド

10個の数字のピラミッドを4列に配置し、目標の数字を与えます。課題は、各行の数字を1つ使用して、それらの数字の合計が目標の数字になるようにピラミッドを通る道を見つけることです。道の上の数字は互いに接している必要があります。

パスを構成する数字を埋めてこれらのパズルの1つを作成し、それらの数字の合計を記録します。次に、ピラミッド内の残りの番号を入力します。列が追加されるたびに、ピラミッドを通る可能なパスの数が2倍になるため、より大きなピラミッドを作成することは、10桁のパズルを見つけるお子さんたちに挑戦する1つの方法です。10個のパズルを見つけるのが難しいお子さんの場合は、簡単にすぐに解けるようになるまで、6個のパズルから始めてください。



大きなパズルの場合、パズル作成者にとって、ピラミッドを通る正しい道が1つだけであることを確認するのは困難になります。あまり心配しないでください。たとえ良い道が1つだけだとしても、お子さんは問題を解決する方法が複数あることを示すのが大好きです。

第4章 – 調査

– 花びら –

調査

魔法の庭園には2種類の花があります。1つには4枚の花びら、もう1つには7枚の花びらがあります。花びらの合計が13枚になるようにお子さんに花を摘んでもらいます。できましたか？15枚の場合はどうでしょうか？花びらは何枚散りばめることができるのでしょうか？可能な数について、複数の方法で実行できますか？たとえば、32枚の花びらは、7が4つ、4が1つ、もしくは4が8つにすることができます。

多くの数値のペアを試すことで、多くの例を使用できます。いくつかの数字のペアには、すべてを花びらの数で表すことが可能になる値がありますが、他の数字のペアではそのような値はないかもしれません。4と7については、18以上のすべての数字においてペアで表すことが可能になります。3と6では、それ以降ですべての数字を表せられるわけではありません。

パターンとは何ですか？またそのパターンを作成するものは何ですか？これらはよく尋ねられる質問であり、ここで多くの興味深いことが起こります。

ある数値が2つの数値を均等に割ったときに何が起こるかを確認するのが最も簡単です。例として3と6を取り上げます。これらの数字を 1×3 および 2×3 と考えてください。これらの数字を合計すると、必ず何らかの3の倍数が得られます。10は3の倍数ではないため、3と6を足して10を得る方法はありません。

2つの数値を均等に分割する唯一の数値が1である場合、すべての数においてペアで表せられるようになる点が必ず存在します。4と7の場合、その数は18です。その数値を見つけるには、ペアの各数値から1を引いて、それらの新しい数値を掛け合わせるとよいです。この場合、 $3 \times 6 = 18$ となります。この状況のもう1つの興味深い側面は、18未満の数のうち半分では二つの数のペアで表すことができるという点です。この仕組みを理解するには幼いお子さんにとっては複雑すぎる数学が必要になるかもしれません。ただし、これらの計算をするのは楽しいので、お子さんがこれらのパターンを経験するにつれて何らかの法則に気がつくことがあるかもしれません。

– 階段を登る – 何通りの方法 –

調査

階段を上るとき、あなたのお子さんが一度に二段登ることを好む場合と、一度に一段登ることを好む場合があります。お子さんが何段か登りたいと思ったら、自然な疑問は次のとおりです。「階段を登る方法は何通りあるかな？」

たとえば、歩数が0の場合、方法は1つだけです。ただそこに立つだけです。一段では、方法は1つだけです。実行する必要があるのは1つのステップだけです。2段の場合は、二段登りを1つ、または一段登りを2つ実行できます。

お子さんは、これらの状況の多くを注意深く数えて、結果の表を作成する必要があります。情報が多い場合、表は情報を整理し、パターンを目立たせるのに役立ちます。テーブルは次のようになります (行数が6を超えると、かなりの忍耐が必要になる場合がありますが、数字は次のとおりです)。

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 8 | 13 | 21 | 34 | 55 |

数字を見た後、お子さんは、連続する数字の各ペアを足すと次の数字になることに気づくかもしれません。なぜなのでしょう？これらの数値はフィボナッチ数と呼ばれます。公式のフィボナッチ数を作成するためのルールは、各数値が前の2つの数値の合計であるということです。これは階段のパターンにも同様に発生しています。

例を詳しく見てみましょう - たとえば5つのステップです。8つの可能性は次のとおりです: $1+1+1+1+1$ 、 $1+1+2+1$ 、 $1+2+1+1$ 、 $2+1+1+1$ 、 $2+2+1$ 、 $1+1+1+2$ 、 $1+2+2$ 、および $2+1+2$ 。最初の5つの方法では最後のステップに1を使用し、最後の3つの方法では最後のステップに2を使用します。つまり、五段上がるためには4段上がってから1段上がるのと、3段上がってから2段上がるという二つの方法があるということになります。ということで、5段上がる方法の数は、4段上がる方法の合計と3段上がる方法の合計に等しくなることが理解できます。

パターンというものは、多くの場合、例を辛抱強く調べ、データを整理し、データを詳しく調べ、物事がどのように起こったかの説明を掘り下げることで理解されます。これはお子さんに身につけていただくのに良い習慣です。

— バランスシート —

調査

天秤はかりは、2つのアイテムの重さがまったく同じかどうかを知るために使用されるシンプルな装置です。通常、秤には他の物体の重量を測定するために使用される一連の分銅が付属しています。使用できる重量を制限すれば、多くの興味深い研究を行うことができます。

一種類の分銅: たくさんの分銅を持っているとしますが、それらはすべて同じ重さ、たとえば5単位だとします。その場合、正確に量ることができるのは、5の倍数の重さをもつ物だけです (5ずつ数えていくのと同じです)。

片側に2つの重り: 4単位または7単位の分銅をたくさん持っていて、それらを天秤の片側だけに使うと仮定します。そのときに量ることができる重さは、花びらの調査で見つけた数と同じです。4と7の場合、18単位からはすべてを正確に量ることができます。分銅が4単位と6単位の場合は、4から始まる偶数だけを量ることができます。

両側に2つの重り: 分銅を二種類使って片側だけで調べたあと、4と7の分銅で3単位の物、さらには1単位の物を量ってみようと言うと、お子さんは驚くかもしれません。コツは、分銅を片側だけでなく、両側に置くことです。たとえば、3単位の物であることを確かめるには、その物を4単位の分銅と一緒に置き、7単位の分銅とつり合うかを見ます。同様に、1単位の物であることは、その物を7単位の分銅と一緒に置き、4単位の分銅2つとつり合うかを見ることで確かめられます。

この調査には、ベズーの定理として知られる重要な数学的定理が隠されています。この時点では、お子さんが定理を知る必要はありませんが、お子さんが高度な数学で遊ぶことができるのはかっこよくないですか？

重りが2倍になっていく: 倍増系列 1、2、4、8、16 でそれぞれに1つの重りがある場合はどうなりますか？重さ13のものの重さを計る方法は何通りありますか？測定できる最大重量はどれくらいですか？

少し調べてみると、すべての量ることができるアイテムの重さは最大でも最大重量の2倍未満(この場合は31)であることがわかります。また、各項目の重み付けは $13 = 1 + 4 + 8$ のように一通りの方法で行うことができ、それ以外に方法はありません。興味深いですね！この状況は2進数システムに関連しています。

フィボナッチの重さ: 重みがフィボナッチ数の場合はどうなりますか？特定の重量を計る方法は複数ありますか？各重量に対して1つの方法のみが存在するように制限を見つけます。

重りが 1、1、2、3、5、8、13 のそれぞれに1つずつあるとします。したがって、 $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$ となります。この重なる理由は、フィボナッチを作るときのルールにより、 $2 = 1 + 1$ や $8 = 5 + 3$ など、あるフィボナッチ数自身を書き表すためにフィボナッチ数の足し算が行われる(つまり複数の方法で数を表現できる)という部分にあります。この問題の解決策は、数列内で隣り合う2つのフィボナッチ数を使用できないと設定することです。その制限が追加されると、10を取得する唯一の方法は $2 + 8$ になります。